CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny ***Formuła 2023***

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza
MMAP-P0-**100**-2308

DATA: **22 sierpnia 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

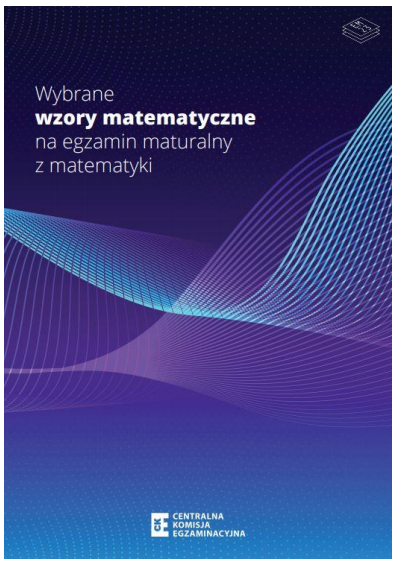
Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

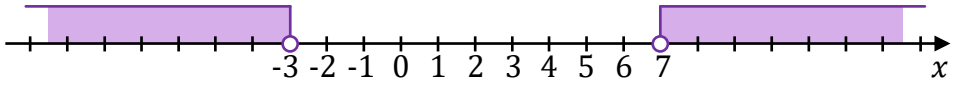
Zadanie 1. (0–1)

Dana jest nierówność

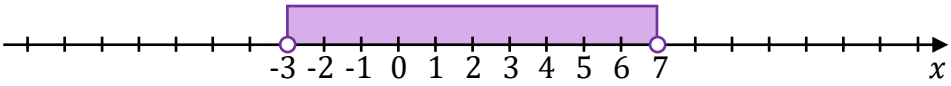
$$|x - 5| < 2$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

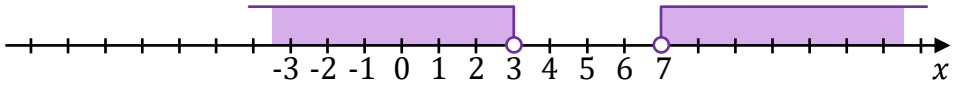
A.



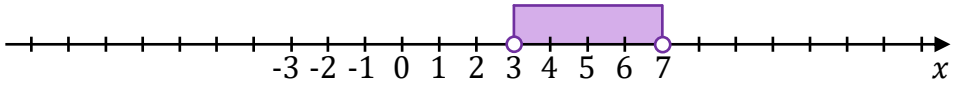
B.



C.



D.



Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $3\sqrt{45}-\sqrt{20}$ jest równa

A. $(7\cdot 5)^{\frac{1}{2}}$ **B.** $5^{\frac{1}{2}}$ **C.** 7 **D.** $7\cdot 5^{\frac{1}{2}}$

Brudnopis

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{25} 1-\frac{1}{2}\log_{25} 5$ jest równa

A. $\left(-\frac{1}{4}\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Brudnopis

Zadanie 4. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $3n^3 + 18n^2 + 15n$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\frac{3^{-1}}{\left(-\frac{1}{9}\right)^{-2}} \cdot 81$ jest równa

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$ **C.** 3 **D.** (-3)

Brudnopis

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\left(2-\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{3}-2\right)^2$ jest równa

A. $\left(-2\sqrt{3}\right)$ **B.** 0 **C.** 6 **D.** $8\sqrt{3}$

Brudnopis

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 wartość wyrażenia $\frac{1}{2x}-x$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{1}{x}$ **B.** $\frac{1-x}{2x}$ **C.** $\frac{1-2x^2}{2x}$ **D.** $-\frac{1}{2x}$

Brudnopis

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x^2-3x)(x^2+1)}{x^2-25}=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. trzy rozwiązania.

D. cztery rozwiązania.

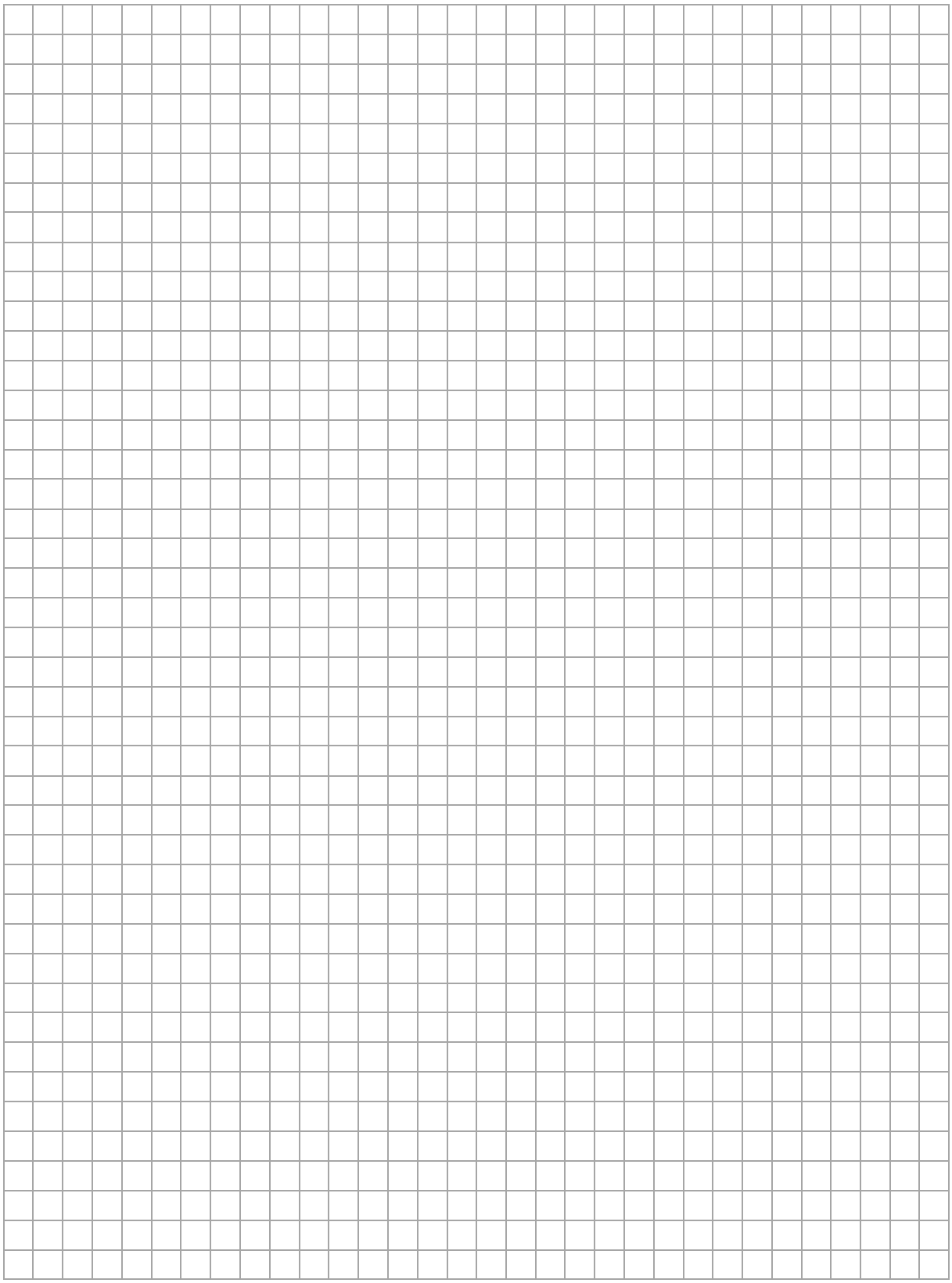
Brudnopis

Zadanie 9. (0–3)

Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = 0$$

Zapisz obliczenia.



Zadanie 10. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), punkt $(-8, 6)$ jest punktem przecięcia prostych o równaniach

A. $2x + 3y = 2$ i $-x + y = -14$.

B. $3x + 2y = -12$ i $2x + y = 10$.

C. $x + y = -2$ i $x - 2y = 4$.

D. $x - y = -14$ i $-2x + y = 22$.

Brudnopis

Zadanie 11. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 1. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(-1, 4)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzór funkcji f ma postać

A. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

B. $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

C. $f(x) = -2x + 2$

D. $f(x) = -3x + 1$

Brudnopis

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x)=\frac{x-k}{x^2+1}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek $f(1)=2$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość współczynnika k we wzorze tej funkcji jest równa

A. (-3) **B.** 3 **C.** (-4) **D.** 4

Brudnopis

Zadanie 13. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=(x-13)^2-256$. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba (-3).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

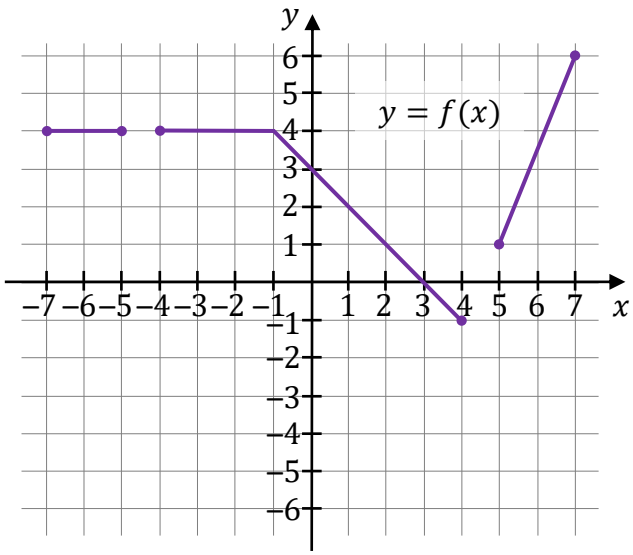
Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. (-29) **B.** (-23) **C.** 23 **D.** 29

Brudnopis

Zadanie 14.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

A. $[-5, 4]$ **B.** $[5, 7]$ **C.** $[1, 5]$ **D.** $[-1, 5]$

Brudnopis

Zadanie 14.2. (0–1)

Zapisz poniżej w postaci sumy przedziałów zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe od 1.

.....

Brudnopis

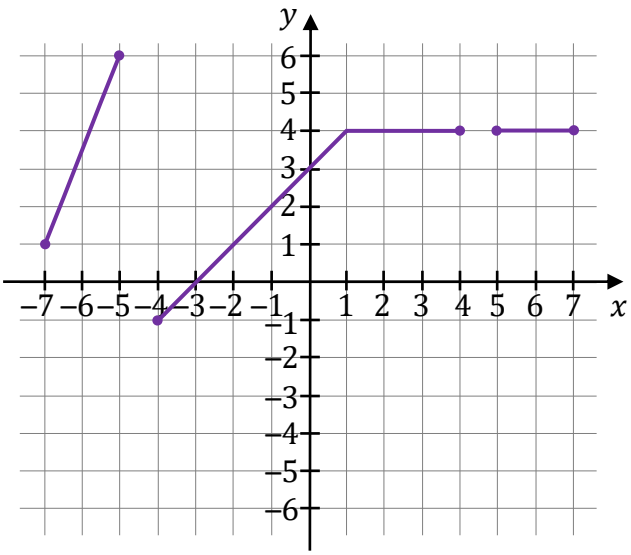
Zadanie 14.3. (0–1)

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(-x)$ dla każdego $x \in [-7,-5] \cup [-4,4] \cup [5,7]$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y), wykres funkcji $y = g(x)$.

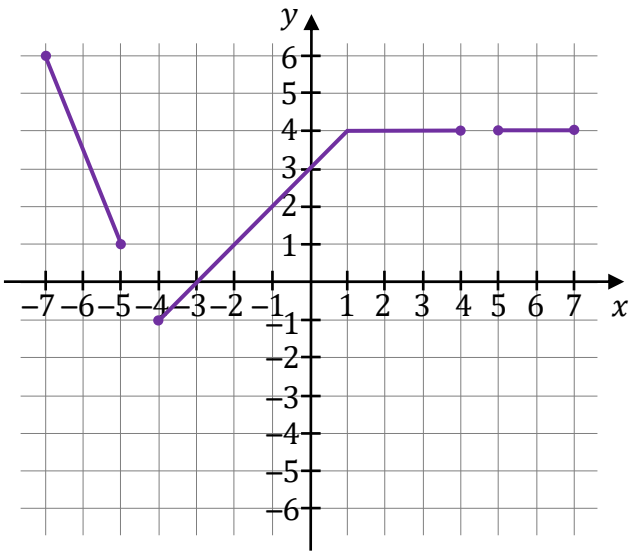
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku

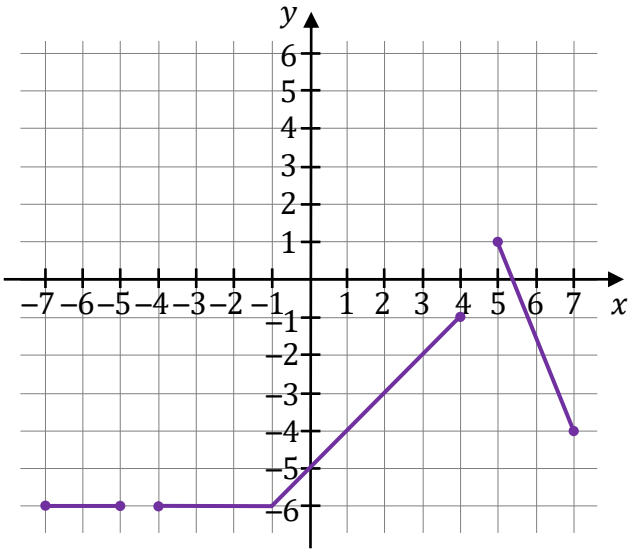
A.



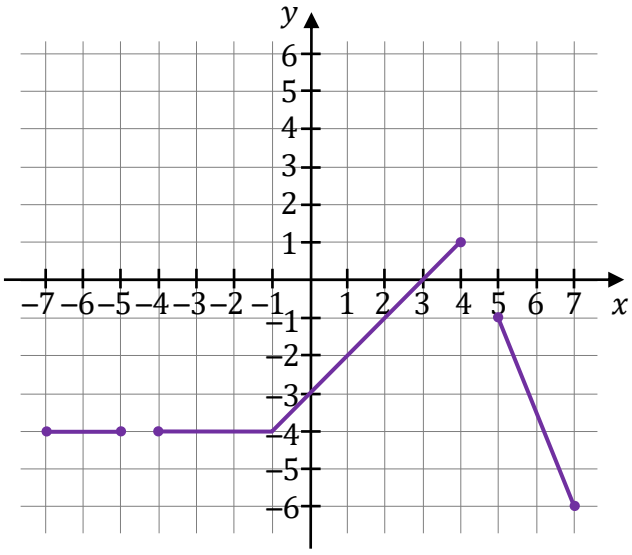
B.



C.



D.



Brudnopis

Zadanie 15. (0–2)

Funkcje A, B, C, D, E oraz F są określone dla każdej liczby rzeczywistej x. Wzory tych funkcji podano poniżej.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Przedział $(-\infty, 2]$ jest zbiorem wartości funkcji ..... oraz ..... .

A. $A(x) = -(x-3)^2 + 2$

B. $B(x) = x^2 + 2$

C. $C(x) = -5(x-2)^2$

D. $D(x) = (x-2)^2$

E. $E(x) = 2x^2 - 8x + 10$

F. $F(x) = -2x^2 + 4x$

Brudnopis

Zadanie 16. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** (-2) **C.** 3 **D.** (-1)

Brudnopis

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 128, natomiast iloraz ciągu jest równy $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wyraz a_{2023} jest liczbą ujemną.	**P**	**F**
Różnica $a_3 - a_2$ jest równa 96.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 18. (0–2)

Ciąg $(3x^2 + 5x, x^2, 20 - x^2)$ jest arytmetyczny.

Oblicz x. Zapisz obliczenia.

Zadanie 19. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta α jest równy

A. $\frac{24}{49}$ **B.** $\frac{5}{7}$ **C.** $\frac{25}{49}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}}{7}$

Brudnopis

Zadanie 20. (0–1)

Trapez T_1, o polu równym 52 i obwodzie 36, jest podobny do trapezu T_2. Pole trapezu T_2 jest równe 13.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trapezu T_2 jest równy

A. 18 **B.** 9 **C.** $\frac{169}{9}$ **D.** $\frac{52}{3}$

Brudnopis

Zadanie 21. (0–1)

Koło ma promień równy 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód wycinka tego koła o kącie środkowym $30°$ jest równy

A. $\frac{3}{4}\pi$ **B.** $\frac{1}{2}\pi$ **C.** $\frac{3}{4}\pi + 6$ **D.** $\frac{1}{2}\pi + 6$

Brudnopis

Zadanie 22. (0–1)

W okręgu $\mathcal{O}$ kąt środkowy β oraz kąt wpisany α są oparte na tym samym łuku. Kąt β ma miarę o $40°$ większą od kąta α.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta β jest równa

A. $40°$ **B.** $80°$ **C.** $100°$ **D.** $120°$

Brudnopis

Zadanie 23. (0–1)

W trójkącie ABC długość boku AC jest równa 3, a długość boku BC jest równa 4. Dwusieczna kąta ACB przecina bok AB w punkcie D.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

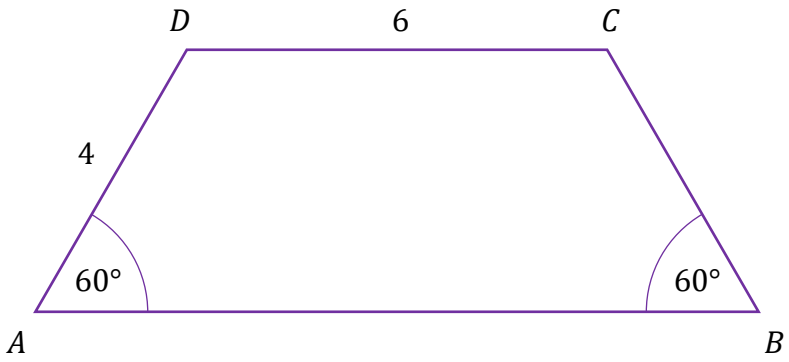
Stosunek $|AD| : |DB|$ jest równy

A. $4 : 3$ **B.** $4 : 7$ **C.** $3 : 4$ **D.** $3 : 7$

Brudnopis

Zadanie 24. (0–2)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę $60°$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole tego trapezu. Zapisz obliczenia.

Zadanie 25. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są prosta k o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$ oraz punkt $P = (12, -1)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkt P i równoległa do prostej k ma równanie

A. $y = -\frac{3}{4}x + 8$

B. $y = \frac{3}{4}x - 10$

C. $y = \frac{4}{3}x - 17$

D. $y = -\frac{4}{3}x + 15$

Brudnopis

Zadanie 26. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku $S = (-1, 2)$ i promieniu 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$

Brudnopis

Zadanie 27. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste o równaniach:

- $y = \sqrt{3}x + 6$
- $y = -\sqrt{3}x + 6$
- $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - 2,$

przecinają się w punktach, które są wierzchołkami trójkąta KLM.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Trójkąt KLM jest

A.	równoramienny,	ponieważ	**1.**	oś Ox przechodzi przez jeden z wierzchołków tego trójkąta i środek jednego z boków tego trójkąta.
B.	prostokątny,		**2.**	dwie z tych prostych są prostopadłe.
			3.	oś Oy zawiera dwusieczną tego trójkąta.

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $A = (-1, -4)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (2, 2)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej AC równoległoboku $ABCD$ jest równa

A. $\sqrt{5}$ **B.** $2\sqrt{5}$ **C.** $3\sqrt{5}$ **D.** $6\sqrt{5}$

Brudnopis

Zadanie 29.

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6.

Zadanie 29.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

A. $216 + 18\sqrt{3}$ **B.** $216 + 54\sqrt{3}$ **C.** $216 + 216\sqrt{3}$ **D.** $216 + 108\sqrt{3}$

Brudnopis

Zadanie 29.2. (0–1)

Oblicz cosinus kąta nachylenia dłuższej przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny podstawy graniastosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 30. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się nie powtarzają, jest

A. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

B. $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

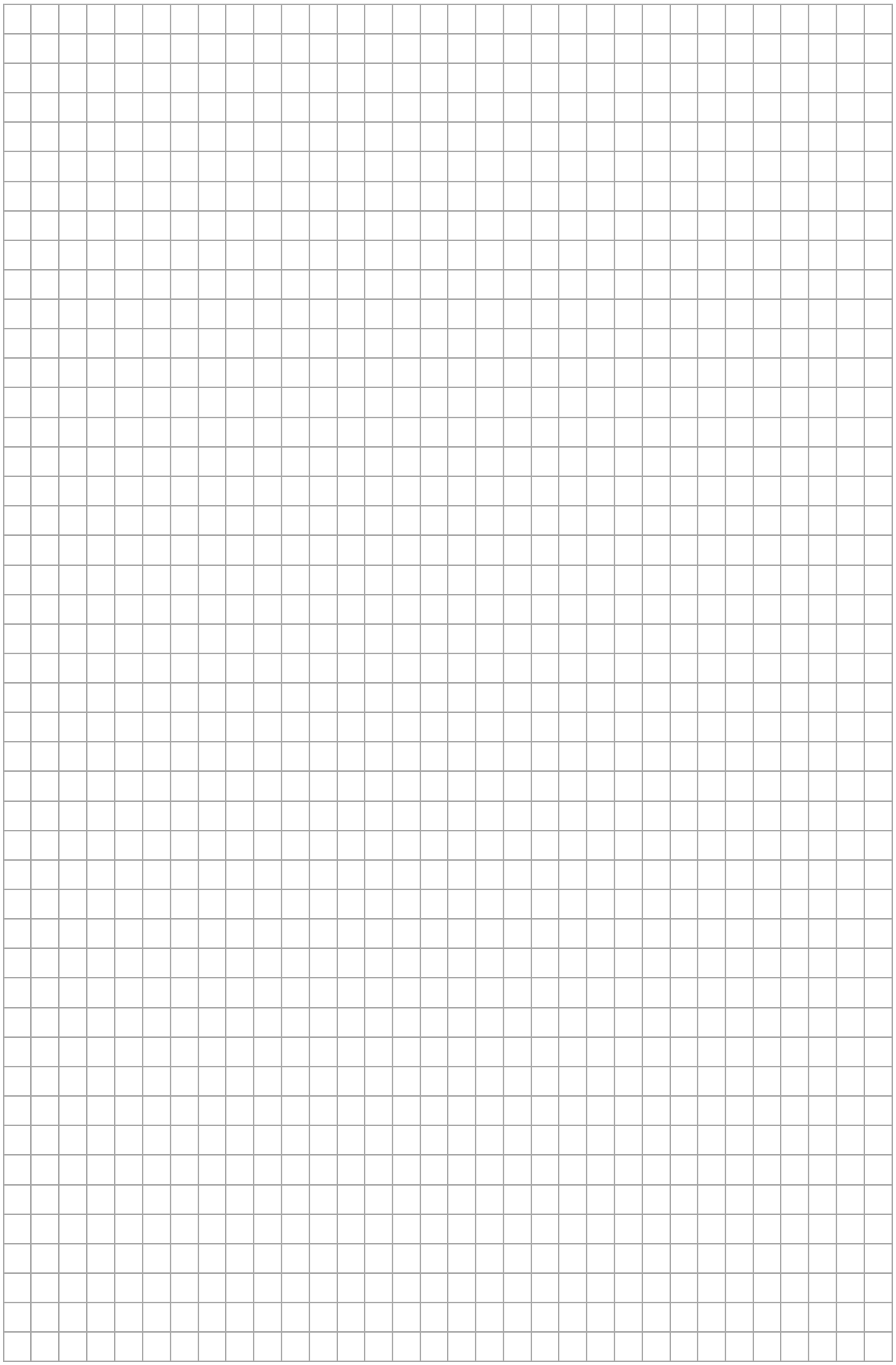
D. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

Brudnopis

Zadanie 31. (0–2)

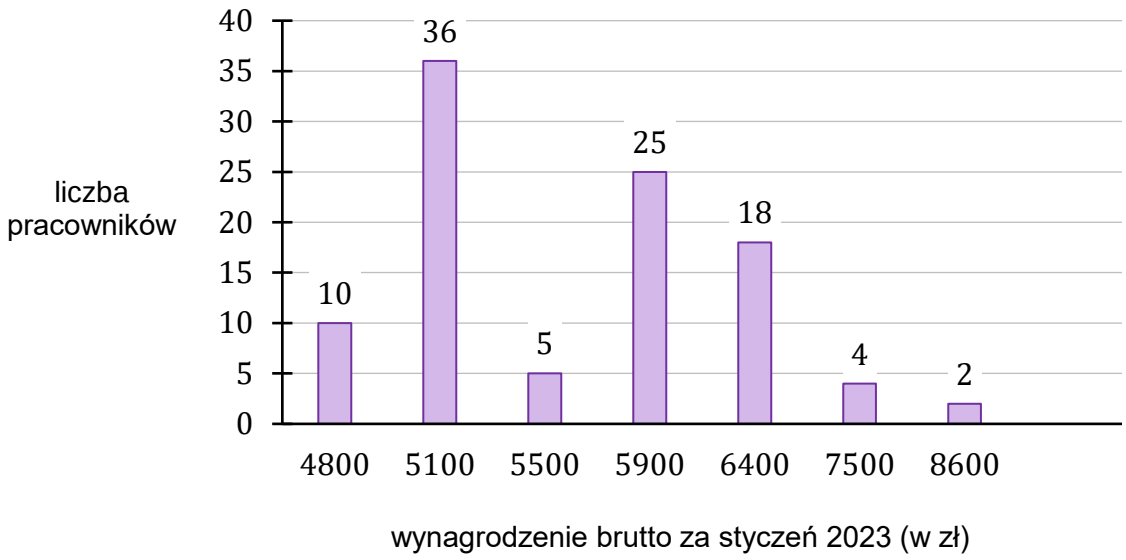
Ze zbioru pięciu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że obie wylosowane liczby są nieparzyste. Zapisz obliczenia.



Zadanie 32. (0–1)

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich stu pracowników pewnej firmy za styczeń 2023 roku.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników tej firmy za styczeń 2023 roku jest równa

A. 5 690 zł **B.** 5 280 zł **C.** 6 257 zł **D.** 5 900 zł

Brudnopis

Zadanie 33. (0–4)

Zakład stolarski produkuje krzesła, które sprzedaje po 196 złotych za sztukę. Właściciel, na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków, stwierdził, że:

- przychód P (w złotych) ze sprzedaży x krzeseł można opisać funkcją $P(x) = 196x$
- koszt K (w złotych) produkcji x krzeseł dziennie można opisać funkcją

$$K(x) = 4x^2 + 4x + 240$$

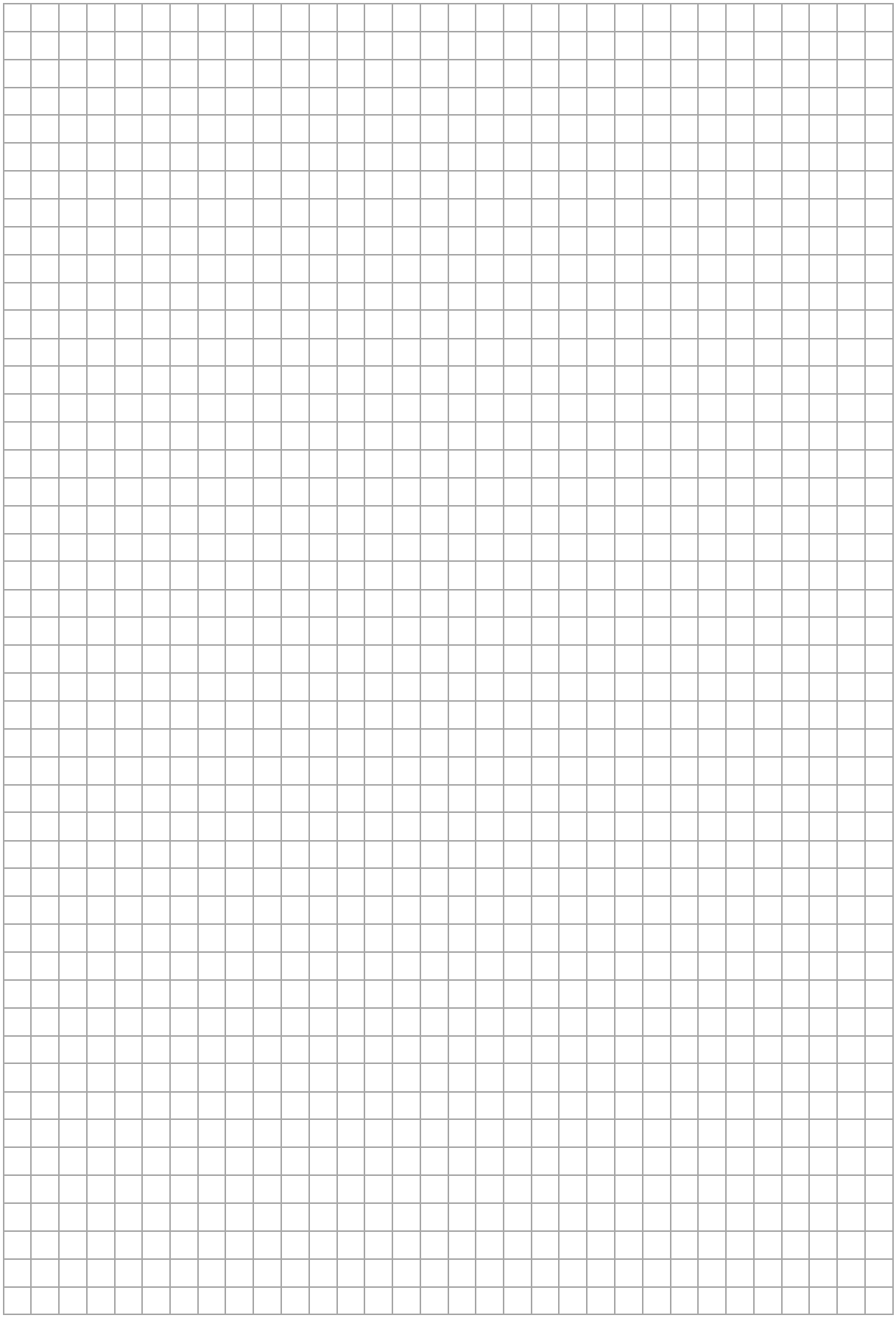
Dziennie w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 30 krzeseł.

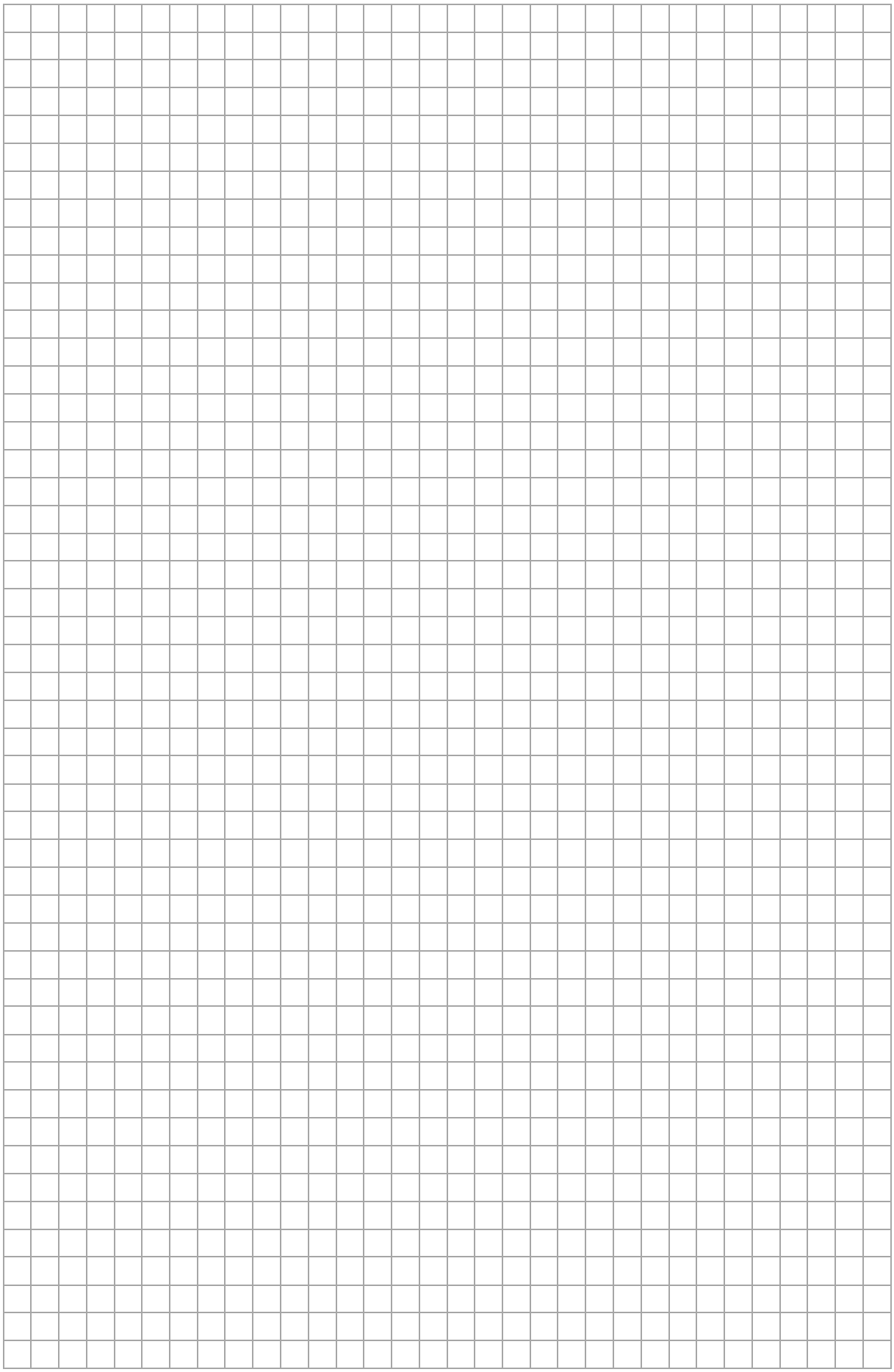
Oblicz, ile krzeseł powinien dziennie sprzedawać zakład, aby zysk ze sprzedaży krzeseł wyprodukowanych przez ten zakład w ciągu jednego dnia był możliwie największy. Oblicz ten największy zysk.

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)





MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023