Matura Próbna z Politechniką Łódzką

marzec 2026 – matematyka poziom rozszerzony

Zadanie 1

Łódka motorowa płynie po rzece z portu A do portu B przez 5 godzin, a wraca przez 3 godziny. Jak długo płynie łódka z B do A ?

Odp: …… godzin (2p)

Zadanie 2

Niech:

$$a = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{2047} 2048,$$

$$b = 8^{2-2\log_4 \sqrt[3]{3}} + \frac{1}{3} \cdot 7^{\log_{49} 4}$$

Zadanie 2.1

Oblicz a

Odp: a = ……. (1p)

Zadanie 2.2

Oblicz b

Odp: b = ……. (2p)

Zadanie 2.3

Ile dzielników ma liczba ab (1p)

Odp: …….. (1p)

Zadanie 3

W kieszeni mam 17 monet. Siedem monet dwuzłotowych, pięć monet pięciozłotowych, dwie pięćdziesięciogroszówki oraz trzy dziesięciogroszówki. Losowo wyjąłem 5 monet. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyjąłem w sumie 13 zł?

Odpowiedz podaj w postaci nieskracalnego ułamka n/m

Odp: n = …… (1p), m = ……. (1p)

Zadanie 4

Rozwiąż układ równań: $\begin{cases} cos^2 y + sin^2 x = 1.5 \\ cos^2 x - sin^2 y = 0.5 \end{cases}$.

Odpowiedź podaj w postaci:

$x = \mp a + k\pi,\ y = b + k\pi$ gdzie k jest dowolną liczbą całkowitą

Odp: $b = \cdots$ .... (1p), $a = \cdots$ ... ... (2p)

Ile rozwiązań należy do zbioru $(0, \pi) \times (0, \pi)$.

Odp: ……rozwiązań należy do zbioru $(0, \pi) \times (0, \pi)$ (1p)

ul. Stefanowskiego 18, 90-537 Łódź, budynek A10
tel. +48 42 631-25-02, deanelec@adm.p.lodz.pl
Adres do korespondencji:
ul. Żeromskiego 116, 90-924 Łódź

Łódzkie Partnerstwo Akademickie im. Jana Karskiego
ECIU university
HR EXCELLENCE IN RESEARCH

Zadanie 5

Trójkąt równoramienny o obwodzie 2p obraca się wokół podstawy.
Zapisz funkcję przedstawiającą objętość powstałej bryły w zależności od x – połowy podstawy trójkąta. Podaj dziedzinę tej funkcji. Oblicz długości boków takiego trójkąta, który generuje bryłę obrotowa o największej objętości. Obliczenia podaj przyjmując p =20
Dziedzinę zapisz w postaci $x \in (a, b)$. Wymiary boków zapisz w kolejności niemalejącej

Odp:
Dziedzina $x \in (\ldots\ldots, \ldots\ldots)$ (1p) , Wymiary boków: ……,……,……. (3p)

Zadanie 6

Rozwiąż równanie:

$$\sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x-1}} = 1$$

Zadanie 6.1

Ile liczb całkowitych spełnia to równanie?
Odp: …….. (2p)

Zadanie 6.2

Ile wynosi najmniejsza liczba spełniająca to równanie?
Odp: …… (2p)

Zadanie 6.3

Ile wynosi największa liczba spełniająca to równanie?
Odp: ……. (2p)

Zadanie 7

Wyznacz odległość punktu A = (2,0) od prostej przechodzącej przez punkty przecięcia się okręgów:
$x^2 + y^2 + 2x = 0, x^2 + y^2 + 2y = 0$

Zadanie 7.1

Podaj równanie prostej przechodzącej przez punkty wspólne okręgów w postaci y = ax+b
Odp: a = ….. (1p), b = …… (1p)

Zadanie 7.2

Podaj odległość punktu A od tej prostej w postaci : $\sqrt{p}$
Odp: p = ……. (1p)

ul. Stefanowskiego 18, 90-537 Łódź, budynek A10
tel. +48 42 631-25-02, deanelec@adm.p.lodz.pl
Adres do korespondencji:
ul. Żeromskiego 116, 90-924 Łódź

Łódzkie Partnerstwo Akademickie im. Jana Karskiego
ECIU university
HR EXCELLENCE IN RESEARCH

Zadanie 8

Niech będzie dany wielomian $W(x) = x^4 + x^2 + p$

Reszta z dzielenia tego wielomianu przez x-2 wynosi 21.

Zadanie 8.1
Oblicz p
Odp: p = ……. (1p)

Zadanie 8.2
Rozwiąż nierówność $W(x) < 17x^2 + 1$
Ile liczb całkowitych spełnia tę nierówność?
Odp: ……. (1p)

Zadanie 8.3
Zapisz wielomian w postaci iloczynu dwóch wielomianów drugiego stopnia czyli jako:
$W(x) = (x^2 + bx + c)(x^2 + dx + e)$ takich, że b>d
Odp: b = …… (1p) c = …… (1p) d = …….. (1p) , e = …… (1p)

Zadanie 9

Wiedząc, że w dodatnim ciągu geometrycznym zachodzi: $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2025$

oraz $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots . + \frac{1}{a_n} = 81$ oblicz $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n$. Obliczenia podaj dla przypadku n = 2024. Wynik przedstaw w postaci a^b, gdzie a jest liczbą pierwszą.

Odp: a = ….. (3p) , b = …….. (3p)

Zadanie 10

Znajdź wartości parametru m, dla których pierwiastki równania kwadratowego:

$x^2 + mx + 12 = 0$ spełniaja warunek: $x_1 - x_2 = 1$

Zadanie 10.1
Ile jest wartości parametru m, dla których zadanie ma rozwiązanie:
Odp: …..….. (1p)

Zadanie 10.2
Podaj największą wartość parametru m spełniającą warunek zadania.
Odp: …… (1p)

Zadanie 10.3
Podaj najmniejszą wartość parametru m spełniającą warunek zadania
Odp: ……. (1p)

ul. Stefanowskiego 18, 90-537 Łódź, budynek A10
tel. +48 42 631-25-02, deanelec@adm.p.lodz.pl
Adres do korespondencji:
ul. Żeromskiego 116, 90-924 Łódź

Łódzkie Partnerstwo Akademickie im. Jana Karskiego
ECIU university
HR EXCELLENCE IN RESEARCH

Zadanie 11

W równoległoboku ABCD, kąt DAB ma miarę α. Punkt przecięcia przekątnych oddalony jest od boków AB oraz AD odpowiednio o p oraz m centymetrów. Oblicz pole równoległoboku, długości przekątnych AC oraz DB.

Obliczenia wykonaj dla p = 4, m = 3, $\alpha = 60°$

Zadanie 11.1

Podaj wartość pola P postaci $a\sqrt{b}$ gdzie a jest liczbą naturalną, a b jest liczbą pierwszą.
Odp: a = ……, b = ……. (1p)

Zadanie 11.2

Podaj długość przekątnej BD postaci $a\sqrt{b}/\sqrt{c}$ gdzie a jest liczbą naturalną, b oraz c są liczbami pierwszymi.
Odp: a = ……, b = ……, c = ….. (1p)

Zadanie 11.3

Podaj długość przekątnej AC postaci $a\sqrt{b}/\sqrt{c}$ gdzie a jest liczbą naturalną, b oraz c sa liczbami pierwszymi.
Odp: a = ……, b = ……., c = …… (1p)

Zadanie 12

Opakowanie czekolady TOBLERONE ma kształt graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o sumie krawędzi równej l. Zapisz objętość pudełka V(a) w zależności od a – długości krawędzi podstawy. Ile powinny wynosić krawędzie podstawy i wysokość takiego opakowania, które ma największą objętość. Obliczenia przeprowadź dla l = 63.

Zadanie 12.1

Podaj dziedzinę funkcji V(a) w postaci $a \in (c, d)$
Odp: c = …… (1p) , d = ….. (1p)

Zadanie 12.2

Podaj długość krawędzi podstawy tego opakowania, które ma największą objętość
Odp: a = …… (1p)

Zadanie 12.3

Podaj długość wysokości tego opakowania, które ma największą objętość
Odp: h = ……. (1p)

Zadanie 12.4

Dla jakiej wartości a objętość przyjmuje wartość największą i ile ona wynosi?
Odp: a = …….. (1p) , V_{max} = …… (2p).

ul. Stefanowskiego 18, 90-537 Łódź, budynek A10
tel. +48 42 631-25-02, deanelec@adm.p.lodz.pl
Adres do korespondencji:
ul. Żeromskiego 116, 90-924 Łódź

Łódzkie Partnerstwo Akademickie im. Jana Karskiego
ECIU university
HR EXCELLENCE IN RESEARCH